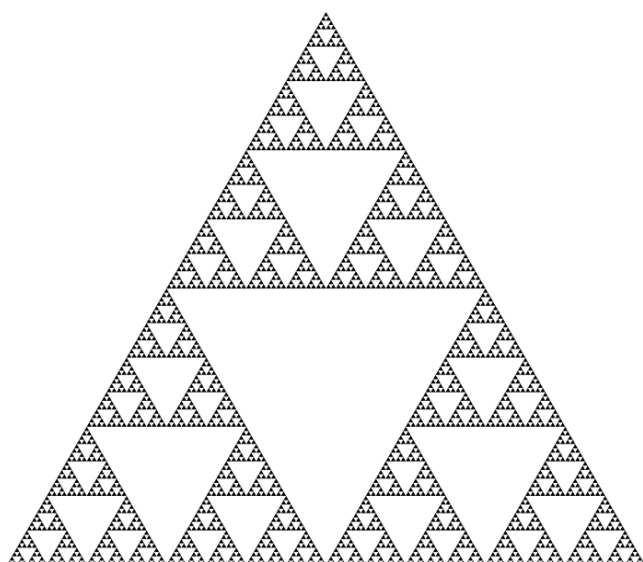


## Rekurencja

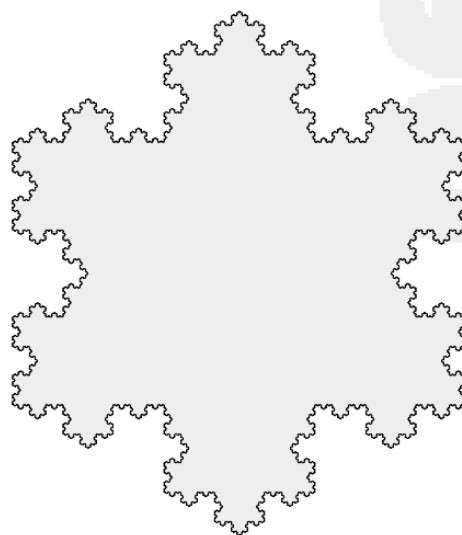
W przyrodzie spotykamy obiekty, które są podobne same do siebie – jeśli popatrzymy na cząstkę kalafiora, to wygląda ona jak cały kalafior. Rysunki powstające w podobny sposób nazywamy fraktalami. Jak je rysować? Najczęściej wykorzystujemy do tego rekurencję.



Rekurencja polega na rozwiązywaniu problemu w oparciu o rozwiązania tego samego problemu dla danych o mniejszych rozmiarach. Czyli jak nauczę się rysować kawałek kalafiora, to narysuję go całego. Istnieje wiele pięknych fraktali takich jak płatek Kocha czy trójkąt Sierpińskiego. Jednak rekurencję możemy wykorzystać także do tworzenia prostszych rysunków.



Trójkąt Sierpińskiego



Płatek Kocha

## Schody

Wyobraźmy sobie rysowanie schodów takich, jak na rysunku poniżej.



schody 1



schody 2





schody 3



schody 4

Jak powstają schody?

- Schody stopnia 1 to kwadrat.
- Schody stopnia 2 to jeden rząd kwadratów , powrót na początek, przejście do następnego wiersza i schody dla 1.
- Podobnie, schody stopnia 3 to jeden rząd kwadratów , powrót na początek, przejście do następnego wiersza i schody dla 2.

Ogólnie rysowanie schodów stopnia  $n$  polega na narysowaniu dolnego rzędu  $n$  kwadratów, przesunięciu żółwia do miejsca, gdzie zaczyna się kolejny rząd i wywołaniu procedury rysowania schodów dla  $n-1$ .



schody 1

```
powtórz 4 [np 20 pw 90]
```



schody 2

```
powtórz 2 [kwadrat pw 90 np 20 lw 90]
lw 90 np 20*2 pw 90
np 20 pw 90 np 20/2 lw 90
schody 1
```



schody 3

```
powtórz 3 [kwadrat pw 90 np 20 lw 90]
lw 90 np 20*3 pw 90
np 20 pw 90 np 20/2 lw 90
schody 2
```

Ogólnie dla  $n > 1$

```
powtórz :n [kwadrat pw 90 np 20 lw 90]
lw 90 np 20* :n pw 90
np 20 pw 90 np 20/2 lw 90
schody :n-1
```

Cała procedura będzie miała postać:

```
oto schody :n
  jeśli :n=1 [kwadrat stop]
  powtórz :n [kwadrat pw 90 np 20 lw 90]
  lw 90 np 20* :n pw 90
  np 20 pw 90 np 20/2 lw 90
  schody :n-1
już
oto kwadrat
  powtórz 4 [np 20 pw 90]
już
```

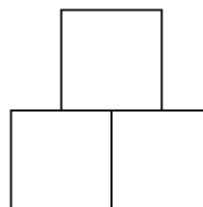
## Schody inaczej

Wyobraźmy sobie, że rysowanie schodów zaplanujemy nieco inaczej – tak jakbyśmy je oglądali w inny sposób:

- Schody stopnia 1 to kwadrat.
- Schody stopnia 2 to trzy kwadraty o połowę mniejsze.



schody 1



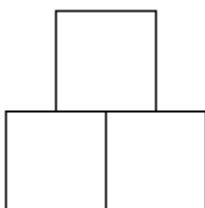
schody 2

Czy można tak interpretować rysunek? Czy na podstawie takich dwóch rysunków otrzymamy identyczne schody, jak w poprzednim przykładzie? Postępując zgodnie z opisem schodów stopnia 2 i 1 moglibyśmy napisać następujące polecenia:



schody 1

```
powtórz 4 [np :bok pw 90]
```



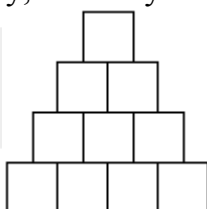
schody 2

```
kwadrat :a/2 :n-1
pod np :a/2 pw 90 np :a/4 lw 90 opu
kwadrat :a/2 :n-1
pod ws :a/2 pw 90 np :a/4 lw 90 opu
kwadrat :a/2 :n-1
pod lw 90 np :a/2 pw 90 opu
```

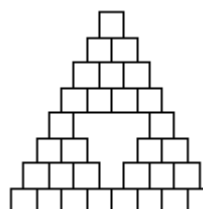
A tak wyglądałaby ogólna procedura rysująca schody:

```
oto schody :a :n
jeśli :n=1 [kw :a stop]
schody:a/2 :n-1
pod np :a/2 pw 90 np :a/4 lw 90 opu
schody:a/2 :n-1
pod ws :a/2 pw 90 np :a/4 lw 90 opu
schody:a/2 :n-1
pod lw 90 np :a/2 pw 90 opu
już
```

Okazuje się, że rysunki otrzymane tą metodą dają bardzo ciekawe, ale nieco inne niż oczekiwaliśmy, rezultaty:



schody 3



schody 4